수학 함수 추론 문제 의 고찰
(초 성민 수학강사)

안녕하세요. 초성민 수학선생님입니다.
얼마 전 칼럼을 통해 수학을 푸는데 필요한 5가지능력 제시했습니다.
(다운은 많이 받으셨는데 공감이 안되나보죠.!?!!?)

앞으로 그 능력들을 이용하면서 여러 문제들을 고찰 할 것이고
누구나 공감할 수 있는 그런 양질의 칼럼을 올리기 위해 노력하겠습니다.

우선 2월 3월은 수학공부 방향성에 있어서 큰 그림을 보는 칼럼을 올려볼까합니다.

그 첫 번째로, 수함함수 추론 문제의 관한 고찰입니다.

다음 문제를 보세요.

2016수능 이과 30번 문제입니다.

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x \le b$일 때, $f(x) = a(x-b)^2 + c$이다. (단, a, b, c는 상수이다.)

(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x) = \int_0^x \sqrt{4-2f(t)}\,dt$이다.

$\int_0^6 f(x)\,dx = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

아실만한 분은 아는 문제죠. 어려운편 이였습니다.

그래프 개형의 추론이 까다로웠구요. (허나 왠지 때려 맞출수는 있는)

이과문제라 문과친구들이 실망할까봐 문과문제도 하나 넣도록 하겠습니다.

이과는 둘다 이해 될테니 두문제 다 보시구요.

다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $\frac{f'(0)}{f(0)}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. Mm의 값은?

[4점]

(가) 함수 $|f(x)|$는 $x=-1$에서만 미분가능하지 않다.
(나) 방정식 $f(x)=0$은 닫힌 구간 $[3, 5]$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{2}{15}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

2016수능 문과 21번 문제였구요

문과수학이 30번이 유난히 어려웠어서 21번은 비교적 쉬웠습니다.
하지만 여전히 중위권에게는 아주 편한 문제라고 보기는 어려울수있죠.

지금 이문제들을 설명하려는것이아니구요.

그럼 다음을 볼게요.

30. 좌표평면 위에 원 $C_1 : (x-a)^2+(y-b)^2=5$가 있다. 원 C_1을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동시킨 원을 C_2라 하자. 두 원 C_1, C_2가 모두 직선 $y=2x-2$와 만나도록 하는 실수 a, b의 순서쌍 (a, b)에 대하여 $2b-3a$의 최댓값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

뭐여 이건 ??

2015년 11월에 시행된 고1모의고사 30번 문제입니다.
뭐 원의 방정식이 나오고 직선이 나오네요

자 그럼 이제 3문제를 그냥 눈으로 쭈욱 보았구요
각각의 문제에 대한 배경을 보겠습니다.

첫 번째 문제 이과 같은 경우는
미분 및 적분을 통해서 함수를 **유추(추론)**

두 번째 문제 문과 같은 경우 역시
다항함수 미분 및 함수 특유의 성질들을 배경지식 삼아 함수 유추(추론)

그리고 비교적 친근한 고1문제역시
원의 방정식이 직선과 닿는 상황들을 정리해서
나올수 있는 값들을 찾아나가는(유추) 문제입니다.

그리고 각각의 문제의 시작은 **그림 그리기**입니다.

(모든 이미지는 미x앤, 천X 교과서입니다.)

함수의 그래프는 어떻게 그릴까?

함수 $f(x)$에 대하여 다음과 같은 사항을 조사하여 그래프의 개형을 그릴 수 있다.

❶ 함수의 정의역과 치역
❷ 곡선과 좌표축의 교점
❸ 곡선의 대칭성과 주기
❹ 함수의 증가와 감소, 극대와 극소
❺ 곡선의 오목과 볼록, 변곡점
❻ $\lim_{x\to\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, 점근선

예제 3 함수 $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$의 그래프의 개형을 그려라.

문제 3 다음 함수의 그래프의 개형을 그려라.

(1) $f(x)=\dfrac{x^2}{x-1}$

(2) $f(x)=xe^x$

>> 생각 다듬기 함수의 증가와 감소를 나타내는 표를 이용하여 그래프의 개형을 그릴 수 있다.

일반적으로 함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형을 그릴 때는 다음과 같은 과정을 따르면 편리하다.

1. 도함수 $f'(x)$를 구한다.
2. $f'(x)=0$인 x의 값을 구한다.
3. 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내고, 극값을 구한다.
4. 함수 $y=f(x)$의 그래프와 좌표축의 교점의 좌표를 구한다.
5. 함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형을 그린다.

문제 1 다음 함수의 그래프의 개형을 그려라.

(1) $f(x)=x^3-6x^2+9x-3$ (2) $f(x)=-x^3+3x^2-3x+2$

문제 2 다음 함수의 그래프의 개형을 그려라.

(1) $f(x)=3x^4-8x^3+6x^2+1$ (2) $f(x)=-x^4-2x^2+8x-4$

마지막

고1문제 역시

2 원과 직선의 위치 관계

학습 목표
- 좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계를 이해한다.
- 원의 접선의 방정식을 구할 수 있다.

원과 직선은 어떤 위치 관계를 가질 수 있을까?

문제 1 원 $x^2+y^2=4$와 직선 $y=2x+k$의 교점의 개수를 실수 k의 값의 범위에 따라 구하여라.

문제 2 원 $x^2+y^2=r^2$과 직선 $x+2y-10=0$이 접할 때, 원의 반지름의 길이 r의 값을 구하여라.

아 오해하실까봐

교과서가 중요하다가 이칼럼의 목적은 아닙니다. (물론 중요하지만)

함수 (혹은 도형) 추론 문제의 공부 방향설정이
이칼럼의 목적이구요.

위 사진들과 같이
우리는 제일 처름 함수들을 접할 때

우선 신나게 그려댑니다

이는 중학교때도 마찬가지였어요
2차함수를 처음 배울 때, 신나게 그려대죠.

그리고 신나게 그려가며 다음 단계는

가벼운 문제해결을 건네죠 (유형화 학습)

의사소통하기 **문제 3** 방정식 $e^x=x+k$의 서로 다른 실근의 개수를 실수 k의 값의 범위에 따라 조사하여 보자.

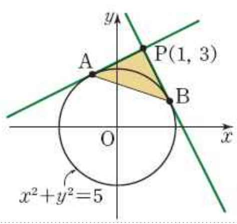
문제 2 방정식 $2x^3-9x^2+12x-1-a=0$이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 상수 a의 값의 범위를 구하여라.

문제해결하기

오른쪽 그림과 같이 점 $\mathrm{P}(1,\ 3)$에서 원 $x^2+y^2=5$에 그은 접선이 원과 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 점 A, B의 좌표를 구하여라.

(2) 삼각형 PAB의 넓이를 구하여라.



혹은

상황을 주어서 어떻게 생겨먹었는지 맞춰보라고도 하구요.

6 방정식 $e\ln x=x+n-4$가 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 자연수 n의 최댓값을 구하여라. (단, $\lim_{x\to\infty}(e\ln x-x)=-\infty$)

10 삼차함수 $f(x)=-2x^3+ax^2+4a^2x-3$이 $-1<x<1$에서 극솟값, $x>1$에서 극댓값을 갖도록 하는 실수 a의 값의 범위를 구하여라.

이렇게 교과서 수준으로 학습을 마친 뒤 기출로 넘어가면
조금 더 종합적 사고를 요구하는 다양한 문제들을 겪게 되고
그러한 기출에서 조금더 지엽적이면서도 이번수능에서 활용될 수 있는 그러한 함수형태의 모습들을 EBS에서 만나게 됩니다.

그리고 수많은 수덕(수학문제덕후)님들에 의해 새로운 형태의 문제를 접하게 되구요.

생각보다 단순한 구조입니다.

[단계 1]
허벌나게 많이 그려본다
(계속 그리게됨)

[단계 2]
그려진 그림에서 다양한 상황에 노출되어 문제를 해결해본다

[단계 3]
몇 가지 조건을 주어 단순한 그림의 상황을 유추해본다.

《 함수 추론 킬러문제 》
해석하기 힘든 조건들을 개념과 함께 그래프를 유추한 후 가벼운 연산을 해 나간다.
(적분 혹은 미분계수 구하는 형태)

→

수백 개의 기출
수백 개의 EBS + 실모 +
새로운 문제로 반복연습

계속 그래프를 그려보고, 그려진 그래프에서 조건을 해석하던지 혹은 가벼운 정보를 통해 그래프를 거꾸로 추론해나가는 기본유형의 문제를 역시 수십개 수백개 풀어본 후

기출문제들의 함수 추론문제 풀어봅니다.

그리고 새로운 문제들로 한번 더,
자신의 추론능력을 점검하시면 됩니다.

위와 같은 루트를 계속 반복하다보면 어느덧

함수문제에 있어서 자신감은 붙게 되고

이제 어지간한 30번 혹은 21번은 맞출 수 있겠다

라는 자신감도 붙을 겁니다.

다음은 현재 원고 제작중인 저의 기출 분석집 입니다.

5가지 능력을 토대로 기출 4점전체 문항을 모두 분석합니다.

함수 추론 몇 몇 문제 던져두고 가보겠습니다.

(미완성작이지만, 함수 추론과정들에서 사고과정의

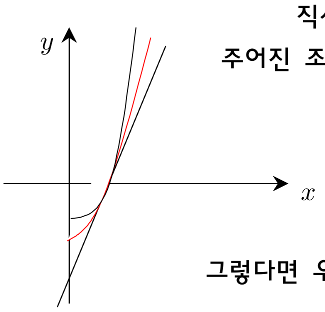
도움이 되리라 믿고 올립니다.)

[2016학년도 9월 모의평가 나형 21번]

최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$의 값은? [4점]

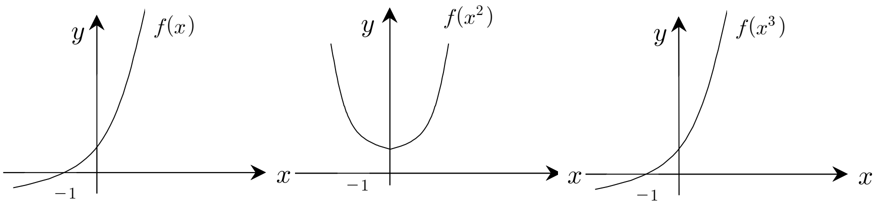
(가) $f(0)=-3$ (나) 모든 양의 실수 x에 대하여 $6x-6 \le f(x) \le 2x^3-2$이다.

① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

최고차항 1인 다항함수 $f(x)$ 가 있다. => $f(x) = x^n + ax^{n-1} + bx^{n-2} + \cdots$ [n차를 언급할 경우 바로 식을 적어가면서 문제를 시작한다. 허나 이 문제에서는 언급이 안되므로 가볍게 그런가보구나 하고 넘어가도 좋다.] 조건(가)를 통해 상수항 획득 조건 (나)를 보고 의사소통 중단.	[수학적 의사소통단계]
문제 및 조건 들을 보아컨대, 함수 유추 문제로 추정. $6x-6 \le f(x) \le 2x^3-2$ 식을 통해 이게 뭔가 싶음. 여기서 중요한데, 당장의 정보가 부족하므로 $6x-6$과 $2x^3-2$ 을 그린다.	[문제해결력]
 직선과 삼차함수를 가볍게 그리고[개념의활용] 눈으로 확인하고 주어진 조건처럼 양의실수에서 $f(x)$ 가 두 함수 사이에 있어야 한다. 이때, $f(x)$는 $(1,0)$ 을 지나며 직선과 곡선에 동시에 그 점에서 접하는 함수임을 알아낼 수 있다. 그렇다면 우리가 구하고자 하는 함수는 몇 차 다항함수일까?[추론시작] 1차는 죽었다 깨어나도 아니고, 4차라면 x가 커질수록 3차보다 커지므로 아니다.[개념에 의한 배경지식] 사실 그래프를 그려보면서, $2x^3-2$ 과 직선이 접하므로 $f(x)$역시 3차함수임을 추론할 수도 있고, 혹은 2차함수라고 가정하였을 경우에는 (가) 조건과 함께 $(1,0)$을 지나며 $6x-6$을 접선으로 가지는 2차함수는 없다. 그래서 $f(x)$는 3차함수이고, $(1,0)$에서 접선의 방정식이 $6x-6$이며, $(0,-3)$을 지나는 다항 함수를 찾아내면 된다.	[개념의활용] [문제해결력] [문제추론능력]
$f(x)$ 는 $(1,\ 0)$, $(0,\ -3)$ 을 지나는 최고차항의 계수가 1 인 3 차 함수이므로 $f(x)=(x-1)(x^2+ax+b)$ 라 놓을 수 있다. 따라서 $f'(1)=6$ 에서 $a+b+1=6$ 이고 $f(0)=-3$ 에서 $b=3$ 이고 $a=2$ 이다. 따라서 $f(x)=(x-1)(x^2+2x+3)$ $f(3)=36$ 이다.	[계산능력]

[2015학년도 수능 가형 30번]

함수 $f(x)=e^{x+1}-1$과 자연수 n에 대하여 함수 $g(x)$를 $$g(x)=100\lvert f(x)\rvert-\sum_{k=1}^{n}\lvert f(x^k)\rvert$$ 이라 하자. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오.

$f(x)=e^{x+1}-1$ 라는 함수는 편하지만, $g(x)=100\lvert f(x)\rvert-\sum_{k=1}^{n}\lvert f(x^k)\rvert$라는 식이 굉장히 부담스럽다. 여러 절댓값과 $\sum_{k=1}^{n}\lvert f(x^k)\rvert$ 라는 수식은 손으로 다 써나가면서 어떠한 식의 형태를 이루는지 확인해 볼 필요가 있다.[부담스러운 의사소통]	[수학의사소통]
1. 식을 손으로 쓰자. $g(x)=100\lvert f(x)\rvert-\{\lvert f(x)\rvert+\lvert f(x^2)\rvert+\lvert f(x^3)\rvert+\lvert f(x^4)\rvert\ \cdots\ \}$ (참 너저분하다..) 2. $f(x)$ 를 확인하고 $\lvert f(x)\rvert$를 확인하고 $\lvert f(x^k)\rvert$을 확인하자.  등 등.. [개형확인]	[문제해결력] [개념의 활용]
그래프개형을 확인해보면, k가 홀수일 때, $x=-1$일 때 꺾여 올라가 미분불가능하고 $x=-1$을 제외한 모든 실수에서 $y=\lvert f(x^k)\rvert$는 미분가능하다. k가 짝수일 때, 항상 위쪽에 있으므로 $y=\lvert f(x^k)\rvert$는 모든 실수에서 미분가능하다. [개념의 활용]	[문제해결력] [개념의 활용]
위 결과에 따라 $x=-1$ 을 기준으로 함수를 분류해주고. 다른 곳을 볼 필요없이 $x=-1$ 에서 미분이 가능하다면 전체실수에서 미분이 가능하다. [문제해결력] [개념의활용] 함수를 분류해서 하는 것은 이정도 난이도에서는 너무나 기본적인 전개이다. $$g(x)\begin{cases}100f(x)-\{f(x)+f(x^2)+f(x^3)+f(x^4)\cdots\} & (x\geq-1)\\ -100f(x)-\{-f(x)+f(x^2)+f(x^3)+f(x^4)\cdots\} & (x\leq-1)\end{cases}$$ 미분가능을 확인하기 위해서 위아래 모두 미분한다. $$g'(x)\begin{cases}100f'(x)-\{f'(x)+2xf'(x^2)+3x^2f'(x^3)+4x^3f'(x^4)\cdots\} & (x\geq-1)\\ -100f'(x)-\{-f(x)+2xf'(x^2)-3x^2f'(x^3)+4x^3f'(x^4)\cdots\} & (x\leq-1)\end{cases}$$	[문제해결력] [계산능력]

$g'(x)$ 위 아래식에 $x = -1$ 을 대입해서 같으면 미분가능하다.

[개념의 활용. 미분계수의 좌극한 우극한이 같다]

$$g'(-1)\begin{cases} 100f'(-1)-\{f'(-1)-2f'(1)+3f'(-1)-4f'(1)\cdots\} & (x \geq -1) \\ -100f'(-1)-\{-f'(-1)-2f'(1)-3f'(-1)-4f'(1)\cdots\} & (x \leq -1) \end{cases}$$

위 아래식 연산 결과가 같음(계산능력)

$$100f'(-1)-\{f'(-1)-2f'(1)+3f'(-1)-4f'(1)\cdots\}$$
$$= -100f'(-1)-\{-f'(-1)-2f'(1)-3f'(-1)-4f'(1)\cdots\}$$

$f'(-1)=1$ 이므로 조금더 식을 정리하자.

[식정리라고하면 계산능력인데,
최근 30번 기출문제는 이 계산능력이 난이도 있게 요구된다]

양변 짝수차수에 넣었던 식은 서로 소거가 되고 남은 것은

$$200f'(-1) = 2\{f'(-1)+3f'(-1)+5f'(-1)\cdots\}$$
$$200 = 2(1+3+5+7\cdots)$$
$$100 = 1+3+5+7\cdots$$

[답지를 따라 오지마라 본인이 진행하고 비교를하라]

홀수들의 합 이 100이므로
N 번째 홀수까지의 합 N^2 을 이용 N 는 10임을 알 수 있고
10 번째 홀수는 19가 된다.[개념의 활용]

$\therefore n = 19$

그리고 아까 짝수들을 다 지웠으므로, $n = 20$ 역시 포함된다.
$n = 21$ 은 안 되는 것까지 확인하면서 문제를 마무리하자.

$\therefore n = 19, 20$

정답 : 39

[개념의 활용]

[계산능력 ★★]

[2012학년도 9월 모의평가 가형 29번]

다항함수 $f(x)$에 대하여 다음 표는 x의 값에 따른 $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$의 변화 중 일부를 나타낸 것이다.

x	$x<1$	$x=1$	$1<x<3$	$x=3$
$f'(x)$		0		1
$f''(x)$	$+$		$+$	0
$f(x)$		$\frac{\pi}{2}$		π

함수 $g(x)=\sin(f(x))$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

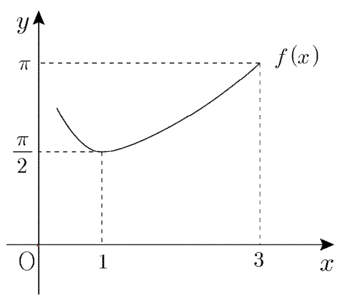
[보 기]

ㄱ. $g'(3)=-1$

ㄴ. $1<a<b<3$이면 $-1<\dfrac{g(b)-g(a)}{b-a}<0$이다.

ㄷ. 점 $P(1,1)$은 곡선 $y=g(x)$의 변곡점이다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

문제에서 함수 $f(x)$에 대해 주어진 정보는 증감표 뿐이다. 게다가 함수 $g(x)$가 $f(x)$를 포함한 합성함수로 주어져 있어 더욱 복잡해 보인다. 겁먹지 말고 보기에 하나씩 대입해가며 답을 찾아보자.	[수학적 의사소통단계]
 **또다른 단서를 얻기 위해 $f(x)$를 그려보자.** (증감표의 빈칸을 채워 넣고 시작해도 좋다)	[개념의 활용] [문제 해결력]
ㄱ부터 확인해보자. $g'(3)$의 값을 묻고 있고, $g'(x)=f'(x)\cos(f(x))$이고, 증감표 $f'(3)=1$, $f(3)=\pi$이므로 $g'(3)=-1$이다.	[개념의 활용] [문제 해결력]

ㄴ을 확인해보자. $1 < x < 3$에서 $f(x)$의 그래프는 아래로 볼록하며 증가한다. $\frac{\pi}{2} < f(x) < \pi$이므로 $g(x) = \sin(f(x))$의 그래프는 위로 볼록하며 감소한다. (직관적으로 떠오르지 않는다면 증감표를 작성해보는것도 좋다) $x = 1$일 때 $g'(1) = 0$이고, $x = 3$일 때 $g'(3) = -1$이므로 $1 < a < b < 3$에서 $-1 < \frac{g(b) - g(a)}{b - a} < 0$이다.	[문제 추론능력]
마지막으로 ㄷ을 확인해보자. 점 $\mathrm{P}(1, 1)$이 곡선 $y = g(x)$의 변곡점이려면 $g''(1) = 0$이고 $x = 1$의 좌우에서 $g''(x)$의 부호가 반대여야 한다. $g''(x) = -\{f'(x)\}^2 \sin(f(x)) + f''(x)\cos(f(x))$에서 $g''(1) = -\sin\frac{\pi}{2} \times 0^2 + \cos\frac{\pi}{2} \times \frac{\pi}{2} = 0$이지만 $x = 1$의 좌우에서 $g''(x)$의 부호가 같으므로 ($x \to 1-0$일 때 $-\{f'(x)\}^2 \sin(f(x)) < 0$, $f''(x)\cos(f(x)) < 0$이고, $x \to 1+0$일 때 $-\{f'(x)\}^2 \sin(f(x)) < 0$, $f''(x)\cos(f(x)) < 0$이므로) $y = g(x)$는 $x = 1$에서 변곡점을 갖지 않는다.	[개념의 활용] [계산 능력] [문제 해결력]

[2012학년도 9평 가형 21번]

삼차함수 $y=f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)-x=0$이 서로 다른 세 실근 $\alpha,\ \beta,\ \gamma$를 갖는다.
(나) $x=3$일 때 극값 7을 갖는다.
(다) $f(f(3))=5$

$f(f(x))$를 $f(x)-x$로 나눈 몫을 $g(x)$, 나머지를 $h(x)$라 할 때, 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $\alpha,\ \beta,\ \gamma$는 방정식 $f(f(x))-x=0$의 근이다.
ㄴ. $h(x)=x$
ㄷ. $g'(3)=1$

[4점]

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

조건 (가)에 의해 $f(\alpha)=\alpha,\ f(\beta)=\beta,\ f(\gamma)=\gamma$ 임을 알 수 있다. 조건 (나)에 의해 $f'(3)=0$ 이고 $f(3)=7$임을 알 수 있다. 문제에 의해서 $f(f(x))=\{f(x)-x\}\cdot g(x)+h(x)$ 로 쓸 수 있다. ㄱ에서는 문제가 시키는 대로 x에 $\alpha,\ \beta,\ \gamma$를 대입해보면 참임을 알 수 있다. ㄴ에서는 구하는 것이 $h(x)$임에 주목하자. 나누는 식인 $f(x)-x$가 삼차식이기 때문에 $h(x)=px^2+qx+r$ 로 설정해야 한다. [수학Ⅰ 다항식의 나눗셈]	[의사소통 능력] [개념의 활용]
$f(f(x))=\{f(x)-x\}\cdot g(x)+(px^2+qx+r)$ 라는 식에서 막힐 수 있다. 이럴 때에는 보기 ㄱ으로 돌아가 보자. 그리고 x에 $\alpha,\ \beta,\ \gamma$를 대입해 보자. $f(f(\alpha))=p\alpha^2+q\alpha+r=\alpha \quad \cdots ㉠$ $f(f(\beta))=p\beta^2+q\beta+r=\beta \quad \cdots ㉡$ $f(f(\gamma))=p\gamma^2+q\gamma+r=\gamma \quad \cdots ㉢$ ㉠−㉡에서 $p(\alpha^2-\beta^2)+q(\alpha-\beta)=\alpha-\beta$ $\alpha\neq\beta$이므로 $p(\alpha+\beta)+q=1 \quad \cdots ㉣$ ㉡−㉢에서 $p(\beta^2-\gamma^2)+q(\beta-\gamma)=\beta-\gamma$ $\beta\neq\gamma$이므로 $p(\beta+\gamma)+q=1 \quad \cdots ㉤$ ㉣−㉤에서 $p(\alpha-\gamma)=0$ $\alpha\neq\gamma$이므로 $p=0$ ㉣에서 $q=1$ ㉠에서 $\alpha+r=\alpha$ 이므로 $r=0$ $\therefore\ h(x)=x$ (참)	[문제 해결력] [문제 추론능력]

ㄷ을 판단하기 위해서는 지금까지 쓰지 않은 조건들도 고려해야 한다. $f(f(x))=\{f(x)-x\}g(x)+x \quad \cdots (*)$ 조건(나),(다)에서 $f(3)=7$, $f(f(3))=5$ 이므로 $f(f(3))=\{f(3)-3\}g(3)+3$ 에서 $5=(7-3)g(3)+3 \quad \therefore \ g(3)=\frac{1}{2}$ $(*)$의 양변을 x에 대하여 미분하면 $f'(f(x))f'(x) \ =\{f'(x)-1\}g(x)+\{f(x)-x\}g'(x)+1$ $x=3$을 대입하면 $f'(f(3))f'(3)=\{f'(3)-1\}g(3)+\{f(3)-3\}g'(3)+1$ 조건(나)에서 $f'(3)=0$ 이므로 $0=(0-1)\times\frac{1}{2}+(7-3)g'(3)+1$ $4g'(3)=-\frac{1}{2} \qquad \therefore \ g'(3)=-\frac{1}{8}$ (거짓) 따라서 ㄱ,ㄴ만 옳은 ③번이 정답이다. *평가원 문제에서는 허투루 주는 조건이 절대로 없다.	