

수학 영역

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

지혜의 여신이 우리와 함께한단 말이야

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

- **공통과목** 1~8쪽
- **선택과목**
 - 확률과 통계 9~12쪽
 - 미적분 13~16쪽
 - 기하 17~20쪽

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $(\frac{5^{\sqrt{2}}}{5})^{\sqrt{2}+1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 5 ③ $5^{\sqrt{2}}$ ④ $5^{\sqrt{2}+1}$ ⑤ 25

2. $f(x) = 6(x-1)(x-2)$ 일 때, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

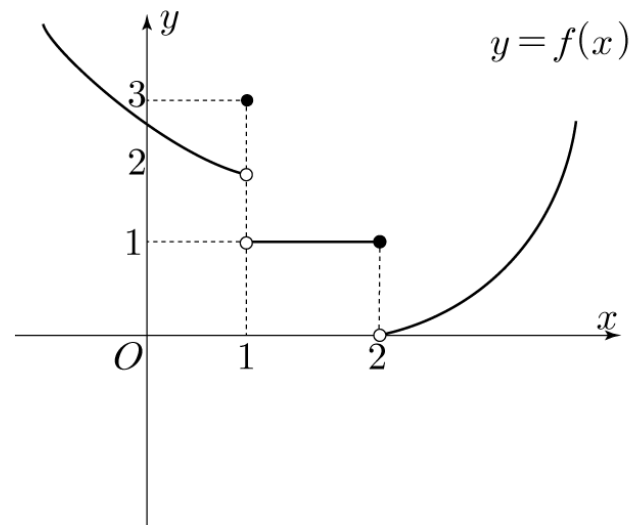
- ① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

3. $\pi < \theta < 2\pi$ 이고, $\cos(\pi - \theta) = -\frac{3\sqrt{10}}{10}$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은?

[3점]

- ① -3 ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ 3 ⑤ 20

4. 함수 $y = f(x)$ 가 다음 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(f(x)) + \lim_{x \rightarrow \infty} f(\frac{2x+1}{x})$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

5. 함수 $f'(x) = 5x^2 - 20x + 15$ 일 때, $f(3) - f(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 3 ③ 7 ④ 10 ⑤ 14

6. 첫째항이 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대해

$$\frac{a_6}{a_4} = 3, \quad a_8 = 4$$

일 때, 모든 a_9 의 값의 곱은? [3점]

- ① -48 ② -24 ③ -12 ④ 12 ⑤ 24

7. 시각 $t=0$ 에 점 $A(2)$ 를 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 t 에서의 속도가 $v(t) = 4t^3 + 2t - 3$ 일 때, $t=3$ 에서의 점 P 의 위치는? [3점]

- ① 75 ② 77 ③ 79 ④ 81 ⑤ 83

8. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여, 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때,

$$\sum_{n=1}^{10} S_n = 300, \quad \sum_{n=1}^9 S_n = 250$$

이다. 이때 a_{10} 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 14 ③ 20 ④ 40 ⑤ 50

9. 삼차함수 $f(x) = x(x-a)(x-2)$ (단, a 는 정수)와 함수 $g(x)$ 에 대하여,

$$f(x)g(x) = (x-1)(x-2)$$

일 때, 함수 $g(x)$ 가 $x = \alpha$ 에서 불연속인 모든 실수 α 의 합이 5일 때, 가능한 모든 $g(6)$ 값의 합은? [4점]

- ① 1 ② $\frac{10}{9}$ ③ $\frac{11}{9}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{13}{9}$

10. 원에 내접하는 사각형 $ABCD$ 에 대하여, $\overline{AB} = 4, \overline{BC} = 5$ 이고,

$\cos(\angle ABC) = \frac{1}{3}$ 이다. 삼각형 ACD 의 넓이가 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ 일 때,

$\overline{AD}^2 + \overline{CD}^2$ 의 값은? (단, $0 < \angle ABC < \frac{\pi}{2}$) [4점]

- ① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

11. 최고차항 계수가 4인 삼차함수 $f(x)$ 에 대해 함수

$$F(x) = \int_0^x f(x)dx \text{가 다음 조건을 만족시킨다.}$$

(가) 실수 t 에 대하여 방정식 $F(x)=t$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, $g(t)$ 는 $t=\alpha$ 에서만 불연속이다.

(나) 함수 $F(x)$ 의 최솟값은 $F(0)$ 이다.

$f(0)=f(3)$ 일 때, $F(\alpha+6)$ 의 값은? (단, α 는 상수이다.) [4점]

- ① 145 ② 162 ③ 189 ④ 216 ⑤ 243

12. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 과 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$2|a_1| = |a_2| + |a_3|, \sum_{n=1}^5 S_n = 35$$

이고, $a_2 > 0$ 일 때, a_5 의 값을 구하시오. [4점]

- ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

13. 함수 $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 7x + 3$ 과 함수 $g(x) = 7x + k$ 에 대해, 방정식 $f(x) = g(x)$ 를 만족시키는 실근이 존재하고, 함수 $|f(x) - g(x)|$ 가 모든 실수 x 에 대하여 미분가능하다. 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 로 둘러싸인 넓이가 S 일 때, $S \times k$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 상수이다.) [4점]

- ① 3 ② $\frac{16}{5}$ ③ $\frac{17}{5}$ ④ $\frac{19}{5}$ ⑤ 4

14. 1보다 큰 상수 k 에 대하여 직선 $y = k$ 이 두 곡선 $y = 3^x$, $y = (\frac{1}{9})^x$ 과 만나는 점을 각각 A, B 라 하자. 직선 $y = k$ 가 y 축과 만나는 점을 C , 실수 d 에 대해 직선 $x = d$ 가 x 축과 만나는 점을 D 라 할 때, 임의의 실수 d 에 대해 삼각형 ACD 의 넓이와 삼각형 BCE 의 넓이비가 1:13이 되도록 하는 곡선 $y = 3^x$ 위의 점이 E 에 대해 점 A 와 E 의 x 좌표의 차는? [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

15. 최고차항 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 할 때, 방정식 $F(x) - f'(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근만을 갖는다.

(나) 두 곡선 $y = F(x)$ 와 $y = f'(x)$ 의 서로 다른 두 교점을 각각 A, B 라고 할 때, 직선 $y = 6x + 7$ 위를 움직이는 점 C 에 대해 삼각형 ABC 의 넓이는 $\frac{93}{2}$ 로 일정하다.

$f(3) = 6, f(1) > 7$ 일 때, 가능한 모든 $F(7)$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 40 ② 48 ③ 56 ④ 64 ⑤ 72

단답형

16. 부등식

$$2\log_2(x-7) \leq \log_2(x-5)$$

을 만족하는 모든 정수 x 의 합을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여

$$f(x)g(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 16$$

일 때, $f'(8)g(8) + f(8)g'(8)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 집합 $S = \{(x, y) \mid -\frac{\pi}{a} \leq x \leq \frac{3\pi}{a}, y \text{는 모든 실수}\}$ 의 부분집합인

집합 A, B 에 대해

$A = \{(x, y) \mid x, y \text{는 방정식 } 4ax + 3\pi y - 4\pi = 0 \text{의 실근}\}$,

$B = \{(x, y) \mid x, y \text{는 방정식 } \tan ax - y = 0 \text{의 실근}\}$ 이다.

집합 $A \cap B$ 의 원소인 순서쌍을 (α, β) 라 할 때, 모든 α 의 값의

합을 S 라 하자. $\frac{a}{\pi} \times S$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 0보다 큰

실수이다.) [3점]

19. 연속함수 $f(x), g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족한다.

(가) 함수 $f(x)$ 는 점 $(2, 4)$ 에 대해 대칭인 함수이다.

(나) 함수 $g(x)$ 는 직선 $x = 2$ 에 대해 대칭인 함수이다.

$$\int_0^4 f(x)g(x)dx + \int_0^4 f(4-x)g(4-x)dx = 14 \text{일 때,}$$

$8 \int_0^2 g(x)dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 두 집합 $A = \{x \mid \log_2 x \text{는 자연수}\}$, $B = \{x \mid \log_p x \text{는 자연수}\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, 1이 아닌 양수 p 의 값을 구하시오.

(가) $A \cap B = B$

(나) $a \in A, b \in B$ 인 상수 a, b 에 대하여

$2 \leq a \leq 10, 1 \leq b \leq 1000$ 이고, $\log_a b$ 가 자연수가 되도록 하는

a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는 7이다.

[4점]

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^4} = f(1)$$

(나) 어떤 양수 a 에 대하여 열린구간 $(0, a)$ 에 속하는 모든 실수 x 가 부등식 $6x \leq 4f(x) \leq x^3 + x^2 + 15x$ 를 만족시킨다.

$f'(\frac{3}{2}) + \frac{25}{4}$ 의 값이 홀수인 자연수일 때, $f(3)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

22. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n - 2n - 1 & (a_n > 0) \\ -2a_n & (a_n \leq 0) \end{cases} \text{을 만족시킨다.}$$

$a_1 + a_4 = 25$ 이고, $a_1 = 2k$ (k 는 정수)일 때, 가능한 k 의 모든 값의 곱을 α 라고 하자. α^2 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

홀수형

5지선다형

23. 여섯 개의 문자 a, a, a, b, b, c 를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는? [2점]

- ① 54
- ② 56
- ③ 58
- ④ 60
- ⑤ 62

24. 두 사건 A, B 는 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B|A) = \frac{5}{8}$$

일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{16}$
- ② $\frac{1}{4}$
- ③ $\frac{5}{16}$
- ④ $\frac{3}{8}$
- ⑤ $\frac{7}{16}$

25. 흰 공 3개와 검은 공 5개가 들어있는 주머니에서 3개의 공을 꺼낼 때, 흰 공이 적어도 1개 이상 포함될 확률은? (단, 같은 색 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

- ① $\frac{11}{14}$ ② $\frac{23}{28}$ ③ $\frac{6}{7}$ ④ $\frac{25}{28}$ ⑤ $\frac{13}{14}$

26. 정규분포 $N(m, 8^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} , 정규분포 $N(8, 4^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 4인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{Y} 라 하자. $P(\bar{X} \leq 10) = P(\bar{Y} \geq 12)$ 를 만족시키는 m 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

27. $0 < a < b$ 인 두 상수 a, b 에 대하여 이산확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	a	b	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	a	b	$\frac{1}{3}$	1

$E(X) = \frac{19}{16}$ 일 때, ab 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{32}$ ② $\frac{1}{16}$ ③ $\frac{3}{32}$ ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{5}{32}$

28. 서로 같은 종류의 꽃 5송이와 흰 공 6개를 4명의 학생 A, B, C, D 에게 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어주는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 종류의 꽃과 같은 색 공끼리는 서로 구별하지 않고, 공을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [4점]

(가) 학생 A 와 학생 C 가 받는 꽃의 수는 서로 같다.

(나) 꽃과 공 모두를 받지 않는 학생은 없다.

- ① 568 ② 572 ③ 576 ④ 580 ⑤ 584

29. 정규분포 $N(m, 6^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 225인 표본을 임의추출하여 얻은 표본평균이 \bar{x} 일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $a \leq m \leq \frac{3}{2}a$ 이다. \bar{x} 의 값이 k 일 때, $100k$ 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 2.58 = 0.99)$ 로 계산한다.) [4점]

30. 숫자 2,2,3,3,4,4가 하나씩 적힌 6개의 공이 들어있는 상자와 비어있는 주머니가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져

나온 눈의 수가 5 이상이면

상자에 있는 공 2개를 주머니에 넣고,

나온 눈의 수가 4 이하이면

상자에 있는 공 1개를 주머니에 넣는다.

이 시행을 두 번 반복하였을 때, 주머니에 들어있는 공에 적힌

수의 합이 10일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,

꺼낸 공은 다시 상자로 집어넣지 않고, p 와 q 는 서로소인

자연수이다.) [4점]

제 2 교시

수학 영역(미적분)

출수형

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{3n+1} + 7}{8^n - 4^n + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

24. $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \left\{ \sin \frac{\pi}{4} \cos x + \cos \left(-\frac{\pi}{4}\right) \sin x \right\} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

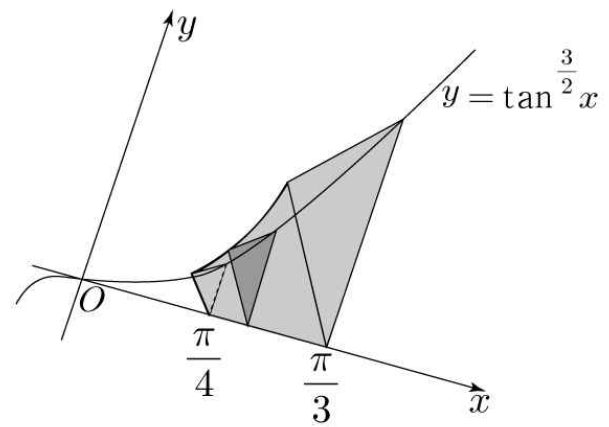
25. 실수 전체 집합에서 미분가능한 함수 $f(x) = ae^{x^2}$ 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{2n} \left\{ f\left(\frac{k}{n}\right) + \frac{k}{n} f'\left(\frac{k}{n}\right) \right\} = e^4$$

를 만족시킬 때, 0이 아닌 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

26. 그림과 같이 곡선 $y = \tan^{\frac{3}{2}} x$ 와 x 축 및 직선 $x = \frac{\pi}{4}$ 와 직선 $x = \frac{\pi}{3}$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



- ① $\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{8} \ln 2$ ② $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{8} \ln 2$
 ④ $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{8} \ln 2$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{8} \ln 2$

27. 실수 전체 집합에서 정의된 함수 $f(x)=3e^x(x^2+x-1)$ 과 미분가능한 함수 $g(x)$ 에 대해, $g(0)=15$ 이고, 함수 $G(x)$ 는 함수 $g(x)$ 의 부정적분 중 하나이다. 모든 실수 x 에 대하여 방정식 $G(x)=f(x)+g(x)$ 이 성립할 때, $G(-2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

- ① $\frac{2}{e^2}$ ② $\frac{4}{e^2}$ ③ $\frac{6}{e^2}$ ④ $\frac{8}{e^2}$ ⑤ $\frac{10}{e^2}$

28. 최고차항 계수가 2인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)=\frac{1}{f(x)}$ 일 때, 곡선 $y=g(x)$ 와 직선 $y=t$ 가 만나는 점의 개수를 $s(t)$ 라 하자. 이 때, 함수 $s(t)$ 와 최고차항 계수가 양수인 사차함수 $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 t 에 대해서 정의된 함수 $s(t)$ 는 $t=0, \frac{1}{8}$ 에 서만 불연속이다.

(나) 모든 실수 c 에 대해 $\lim_{x \rightarrow c} g(x)h(x)$ 의 값이 존재하고,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{h(6\cos x)}{x^6} = k (k \neq 0) \text{이다.}$$

(다) 함수 $|h(-e^{-x+2}(x-1)+4)|$ 의 서로 다른 모든 극값의 합은 $\frac{243}{64}$ 이다.

이때 $h(9)$ 의 값은? (단, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^x} = 0$ 이다.) [4점]

- ① 64 ② 66 ③ 68 ④ 70 ⑤ 72

단답형

29. 공비가 0이 아닌 두 등비수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대해 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n,$

$\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이 각각 수렴하고, $b_1 = 3$ 일 때,

$$\sum_{n=1}^{\infty} |a_{2n}| + |b_n| = \frac{17}{2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n-1} = 8$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} |b_{3n-2}| = \frac{81}{26}$$

이 성립한다. 이때 $a_4 - b_4$ 의 최댓값을 $\frac{q}{p}$ (단, p, q 는 서로소인 자연수)라 하자. $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 열린구간 $(0, \pi)$ 에서 정의된 함수 $f(x) = 2\sin x$ 에 대하여, 곡선 $y = f(x)$ 가 직선 $y = t$ ($0 < t < 2$)과 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B 라 하고, 선분 AB 의 길이를 $g(t)$ 라 하자. $g'(t) = -2$ 가 되도록 하는 실수 t 의 값을 k 라 할 때, 직선 $y = k$ 와 곡선 $y = f(x)$ 가 만나는 서로 다른 두 점에서 각각 곡선 $y = f(x)$ 에 그은 두 접선과 두 직선 $x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{2\pi}{3}$, 곡선 $y = \cos^3 x + 3\cos x - 7 + \sqrt{3}$ 으로 둘러싸인 넓이가 $p\pi^2 + q\pi$ 이다. 이때 $\frac{q}{p}$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 은 0이 아닌 유리수이다.)

[4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.