경향 08 Minor Trend

경향08 대표문제분석 051

Killer

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

51. [2019년 수능 (나)형 18번]
좌표평면의 원점에 점 A가 있다. 한 개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

> 동전을 한 번 던져 앞면이 나오면 점 A를 x축의 양의 방향으로 1만큼, 뒷면이 나오면 점 A를 y축의 양의 방향으로 1만큼 이동시킨다.

위의 시행을 반복하여 점 A의 x좌표 또는 y좌표가 처음으로 3이 되면 이 시행을 멈춘다. 점 A의 y좌표가 처음으로 3이 되었을 때, 점 A의 x좌표가 1일 확률은? [4점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

Analysis

독립시행의 확률과 조건부 확률 개념이 결합된 킬러문제다. 당시에 개념의 본질을 분석하지 않고 단순 문제풀이만 했던 수험생들이 많이 당황했었다.

경향08 대표문제분석 052

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

Killer

52. [2022년 수능 (확률과 통계) 30번]
흰 공과 검은 공이 각각 10개 이상 들어 있는 바구니와 비어 있는 주머니가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 5 이상이면 바구니에 있는 흰 공 2개를 주머니에 넣고, 나온 눈의 수가 4 이하이면 바구니에 있는 검은 공 1개를 주머니에 넣는다.

위의 시행을 5번 반복할 때, n $(1 \le n \le 5)$번째 시행 후 주머니에 들어 있는 흰 공과 검은 공의 개수를 각각 a_n, b_n이라 하자. $a_5 + b_5 \ge 7$일 때, $a_k = b_k$인 자연수 k $(1 \le k \le 5)$가 존재할 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, q와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

Analysis

독립시행의 확률과 조건부 확률 개념이 결합된 킬러문제가 다시 출제됐다. 기출문제를 적당히 풀어보기만 하고, 제대로 분석을 하지 않은 수험생들은 같은 구조의 문제가 나와도 틀렸을 뿐이다. 풀이 이상의 분석이 중요하다는 교훈.

경향 08 Minor Trend

경향08 대표문제분석 053

Killer

53. [2023년 수능 (확률과 통계) 29번]
앞면에는 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있고 뒷면에는 모두 0이 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 6장의 카드가 그림과 같이 6 이하의 자연수 k에 대하여 k번째 자리에 자연수 k가 보이도록 놓여 있다.

이 6장의 카드와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 k이면 k번째 자리에 놓여 있는 카드를 한 번 뒤집어 제자리에 놓는다.

위의 시행을 3번 반복한 후 6장의 카드에 보이는 모든 수의 합이 짝수일 때, 주사위의 1의 눈이 한 번만 나왔을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

Analysis

독립시행의 확률과 조건부 확률 개념이 결합된 킬러문제가 1년만에 또다시 출제됐다. 수능은 완전히 매년 새로운 문제를 내는 시험이 아니라, 냈던 것을 서슴없이 다시 내는 시험이다.

경향 08 Minor Trend

경향08 대표문제분석 051

Killer

51. [2019년 수능 (나)형 18번]
좌표평면의 원점에 점 A가 있다. 한 개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

> 동전을 한 번 던져 앞면이 나오면 점 A를 x축의 양의 방향으로 1만큼, 뒷면이 나오면 점 A를 y축의 양의 방향으로 1만큼 이동시킨다.

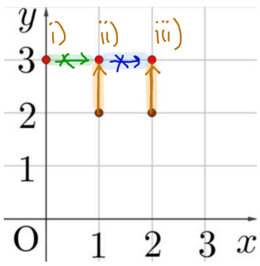
위의 시행을 반복하여 점 A의 x좌표 또는 y좌표가 처음으로 3이 되면 이 시행을 멈춘다. 점 A의 y좌표가 처음으로 3이 되었을 때, 점 A의 x좌표가 1일 확률은? [4점]

사건 사건

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

[개념] 독립시행의 확률, 조건부확률

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설



ⅰ) A(0, 3)일 때
앞면 0번, 뒷면 3번

▶ ${}_3C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^0=\frac{1}{8}$

ⅱ) A(1, 3)일 때
(0, 3)→(1, 3)는 불가능
(∵ (0, 3)이 되면 멈춰야 한다)
반드시 (1, 2)→(1, 3) 경로로 이동해야 한다.

▶ ${}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^1\times\frac{1}{2}=\frac{3}{16}$

ⅲ) A(2, 3)일 때
(1, 3)→(2, 3)는 불가능
(∵ (1, 3)이 되면 멈춰야 한다)
반드시 (2, 2)→(2, 3) 경로로 이동해야 한다.

▶ ${}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}=\frac{3}{16}$

$$\therefore \frac{\frac{3}{16}}{\frac{1}{8}+\frac{3}{16}+\frac{3}{16}}=\frac{3}{2+3+3}=\frac{3}{8}$$

경향08 대표문제분석 052

Killer

52. [2022년 수능 (확률과 통계) 30번]
흰 공과 검은 공이 각각 10개 이상 들어 있는 바구니와 비어 있는 주머니가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 5 이상이면 바구니에 있는 흰 공 2개를 주머니에 넣고, 나온 눈의 수가 4 이하이면 바구니에 있는 검은 공 1개를 주머니에 넣는다.

위의 시행을 5번 반복할 때, n $(1 \le n \le 5)$번째 시행 후 주머니에 들어 있는 흰 공과 검은 공의 개수를 각각 a_n, b_n이라 하자. $a_5 + b_5 \ge 7$일 때, $a_k = b_k$인 자연수 k $(1 \le k \le 5)$가 존재할 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, q와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

사건 사건

[개념] 독립시행의 확률, 조건부확률

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

191

$a_5 + b_5 \ge 7$
→ 그래서 각각이 얼마인가?
→ 케이스 나누는 것이 핵심!

(Step1) 케이스 나누기

사건A	사건B	$a_5+b_5 \ge 7$
0회	5회	0+5=5
1회	4회	2+4=6
2회	3회	4+3=7
3회	2회	6+2=8
4회	1회	8+1=9
5회	0회	10+0=10

(Step2) $a_5+b_5 \ge 7$일 확률
성립하지 않는 경우는 $a_5+b_5=5,6$
여사건의 확률을 활용하는 것이 더 빠르다.

$$\therefore\ 1-\left\{{}_5C_0\left(\frac{2}{6}\right)^0\left(\frac{4}{6}\right)^5+{}_5C_1\left(\frac{2}{6}\right)^1\left(\frac{4}{6}\right)^4\right\}$$

(Step3) $a_k=b_k$인 자연수 k가 존재할 확률
$a_5+b_5 \ge 7$일 때, $b_5 \le 3$이므로
$a_k=b_k=2$ 뿐이다!
⇔ 사건A 1회, 사건B 2회 (3번째 시행 시점)

1회	2회	3회	4회	5회	
A, B, B			A	A	…i)
			A	B	…ii)
			B	B	…(X) $b_5 \le 3$

i) ${}_2C_2 \times \left(\frac{2}{6}\right)^2$ ii) ${}_2C_1\left(\frac{2}{6}\right)^1\left(\frac{4}{6}\right)^1$

$$\therefore\ \frac{{}_3C_1\left(\frac{2}{6}\right)^1\left(\frac{4}{6}\right)^2\times\left\{\overset{\text{i)}}{{}_2C_2\times\left(\frac{2}{6}\right)^2}+\overset{\text{ii)}}{{}_2C_1\left(\frac{2}{6}\right)^1\left(\frac{4}{6}\right)^1}\right\}}{1-\left\{{}_5C_0\left(\frac{2}{6}\right)^0\left(\frac{4}{6}\right)^5+{}_5C_1\left(\frac{2}{6}\right)^1\left(\frac{4}{6}\right)^4\right\}}$$

$$=\frac{60}{131}$$

$$\therefore\ p+q=131+60=191$$

Analysis

독립시행의 확률과 조건부 확률 개념이 결합된 킬러문제다. 당시에 개념의 본질을 분석하지 않고 단순 문제풀이만 했던 수험생들이 많이 당황했었다.

경향 08 Minor Trend

경향08 대표문제분석 053

Killer

53. [2023년 수능 (확률과 통계) 29번]
앞면에는 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있고 뒷면에는 모두 0이 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 6장의 카드가 그림과 같이 6 이하의 자연수 k에 대하여 k번째 자리에 자연수 k가 보이도록 놓여 있다.

이 6장의 카드와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 k이면 k번째 자리에 놓여 있는 카드를 한 번 뒤집어 제자리에 놓는다.

위의 시행을 3번 반복한 후 6장의 카드에 보이는 모든 수의 합이 짝수일 때, 주사위의 1의 눈이 한 번만 나왔을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

사건 사건

[개념] 독립시행의 확률, 조건부확률

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

49

(Step1) 6장의 카드에 보이는 모든 수의 합이 짝수일 확률

합=짝수

→ 그래서 각각이 얼마인가?

→ 케이스를 나누는 것이 핵심!

짝+짝=짝

홀+짝=홀

홀+홀=짝

∴ 홀수가 0개 or 2개 있어야 한다.

∴ 홀수의 눈이 나오는 횟수가 3 or 1이어야 한다.

▶ ${}_3C_3\left(\frac{3}{6}\right)^3+{}_3C_1\left(\frac{3}{6}\right)^1\left(\frac{3}{6}\right)^2=\frac{1}{2}$

(Step2) 합이 짝수이고 주사위 1의 눈이 한 번만 나올 확률

i) 홀수가 3번 나오는 경우

주사위 1의 눈 1번, 주사위 3 or 5의 눈 2번

▶ ${}_3C_1\left(\frac{1}{6}\right)^1\left(\frac{2}{6}\right)^2$

ii) 홀수가 1번 나오는 경우

주사위 1의 눈 1번, 주사위 짝수의 눈 2번

▶ ${}_3C_1\left(\frac{1}{6}\right)^1\left(\frac{3}{6}\right)^2$

$$\therefore \frac{{}_3C_1\left(\frac{1}{6}\right)^1\left(\frac{2}{6}\right)^2+{}_3C_1\left(\frac{1}{6}\right)^1\left(\frac{3}{6}\right)^2}{{}_3C_3\left(\frac{3}{6}\right)^3+{}_3C_1\left(\frac{3}{6}\right)^1\left(\frac{3}{6}\right)^2}=\frac{13}{36}$$

$\therefore p+q=36+13=49$